

薄板座屈解析検証

(株)コーワメックス
航空機設計部

目次

1. 目的	P3
2. 結果	P3
3. 解析構造	P4
4. 解析モデル	P5-16
5. 解析結果	P17-28
6. 検証	P29-31

1. 目的

薄板座屈応力の理論値とFEM値を比較し、薄板座屈解析の算出結果の傾向について検討する。

2. 結果

座屈解析の結果を表2-1に示す。

メッシュの分割数が多いと、FEM値のばらつきは小さく、値自体も小さくなる傾向がある。

それぞれcase1~3での理論値とFEM値の誤差はcase1. 1、case2. 2、case3. 1が一番少ない。

表2-1 座屈応力の理論値とFEM値の比較

		理論値 (psi)	FEM値 (psi)	誤差 (%)	縦×横 (分割数)
case1 (a/b=0.5)	1	40.95	40.74	-0.53	6×3
	2	40.95	39.28	-4.08	10×5
	3	40.95	38.80	-5.26	20×10
	4	40.95	38.75	-5.38	40×20
case2 (a/b=2.5)	1	169.32	171.76	+1.44	4×10
	2	169.32	167.58	-1.03	6×16
	3	169.32	165.98	-1.97	10×25
	4	169.32	165.83	-2.06	20×50
case3 (a/b=4.0)	1	104.84	105.19	+0.33	5×20
	2	104.84	104.36	-0.46	6×24
	3	104.84	103.45	-1.33	10×40
	4	104.84	103.37	-1.41	20×80

※理論値は「軽構造の理論とその応用（上）」P195 式5.59~61より算出した。
計算式は「6. 検証」を参照する。

3. 解析構造

3.1 薄板座屈解析モデルの概略を図3-1に示す。

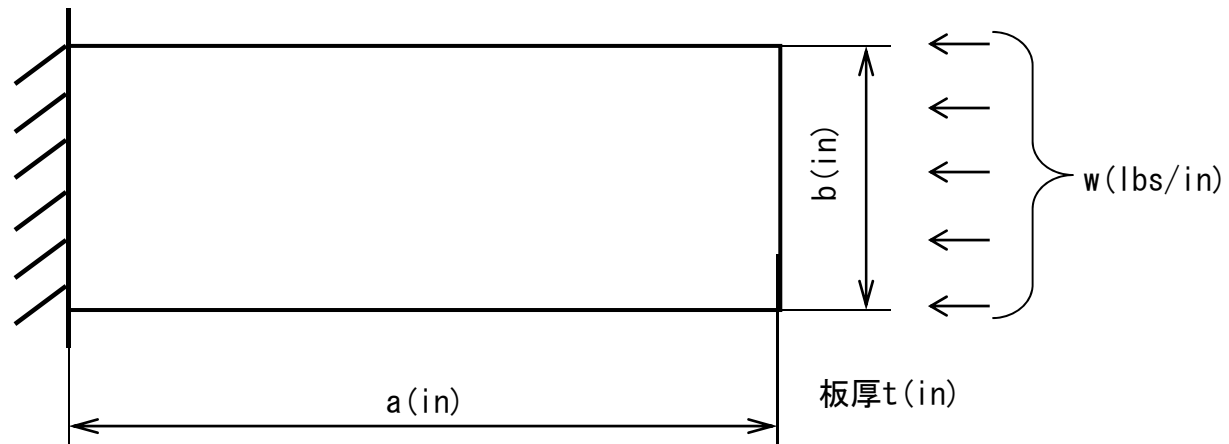


図3-1 解析モデル概略

3.2 材質

STEEL $E=2.9 \times 10^7$ (psi)、 $\nu = 0.3$

4. 解析モデル概要

4.1 case1.1

$a=10.0(\text{in})$ 、 $b=20.0(\text{in})$ 、 $a/b=0.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-1に示す。

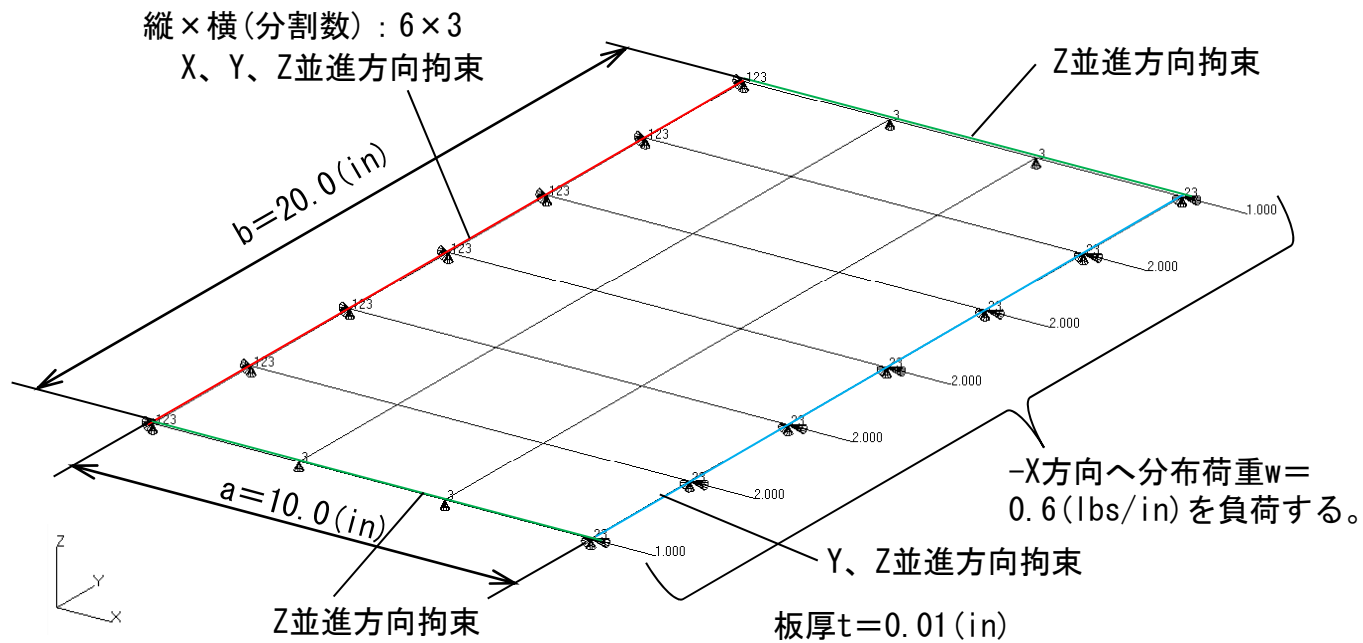


図4-1 解析モデル

4.2 case1.2

$a=10.0(\text{in})$ 、 $b=20.0(\text{in})$ 、 $a/b=0.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-2に示す。

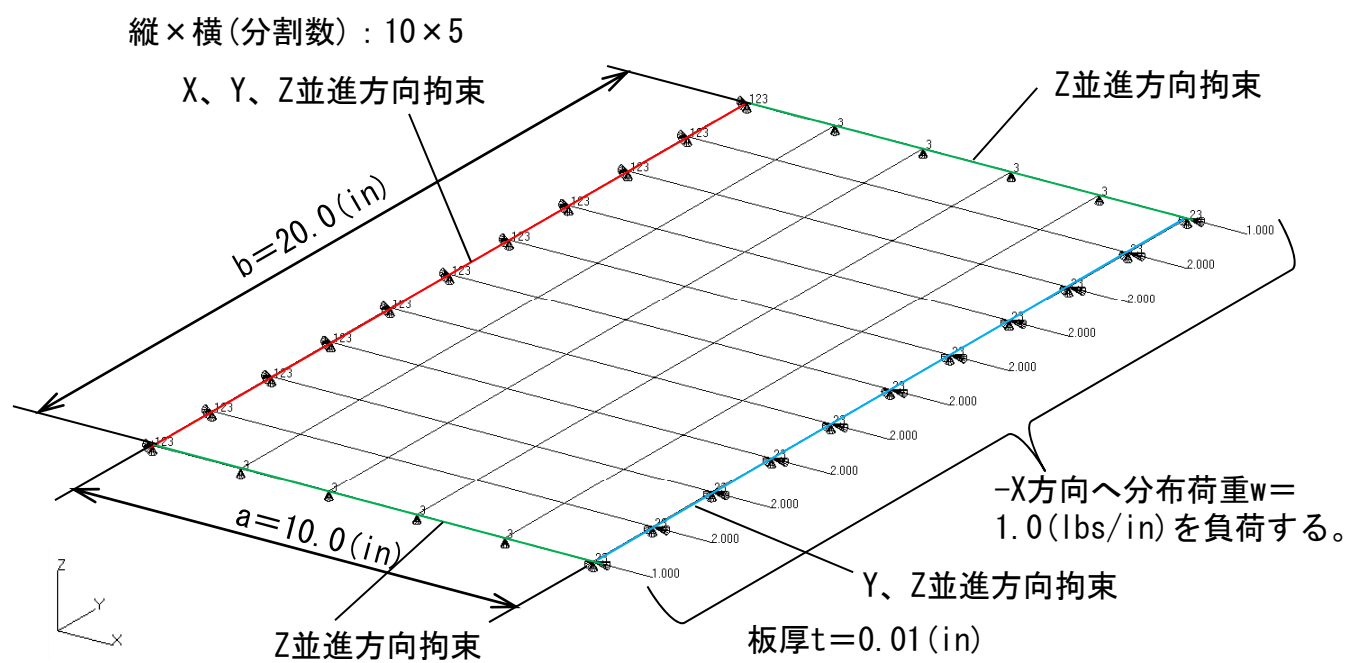


図4-2 解析モデル

4.3 case1.3

$a=10.0(\text{in})$ 、 $b=20.0(\text{in})$ 、 $a/b=0.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-3に示す。

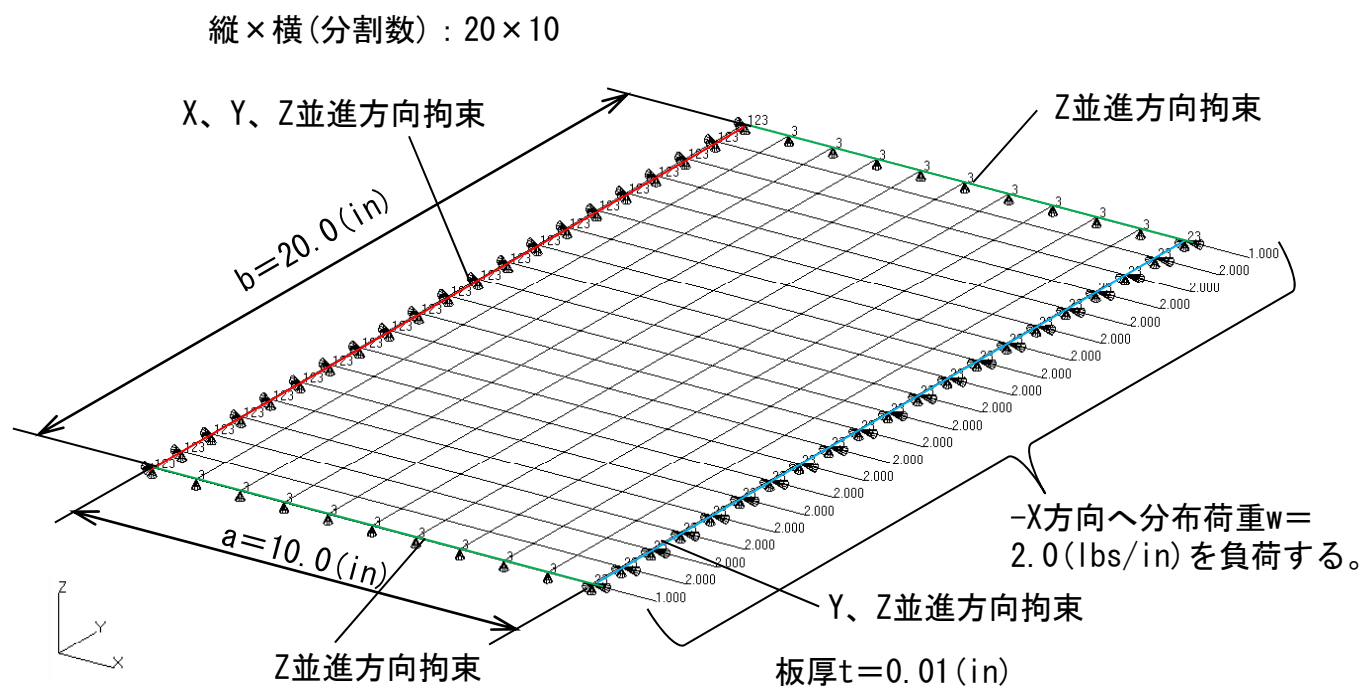


図4-3 解析モデル

4.4 case1.4

$a=10.0(\text{in})$ 、 $b=20.0(\text{in})$ 、 $a/b=0.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-4に示す。

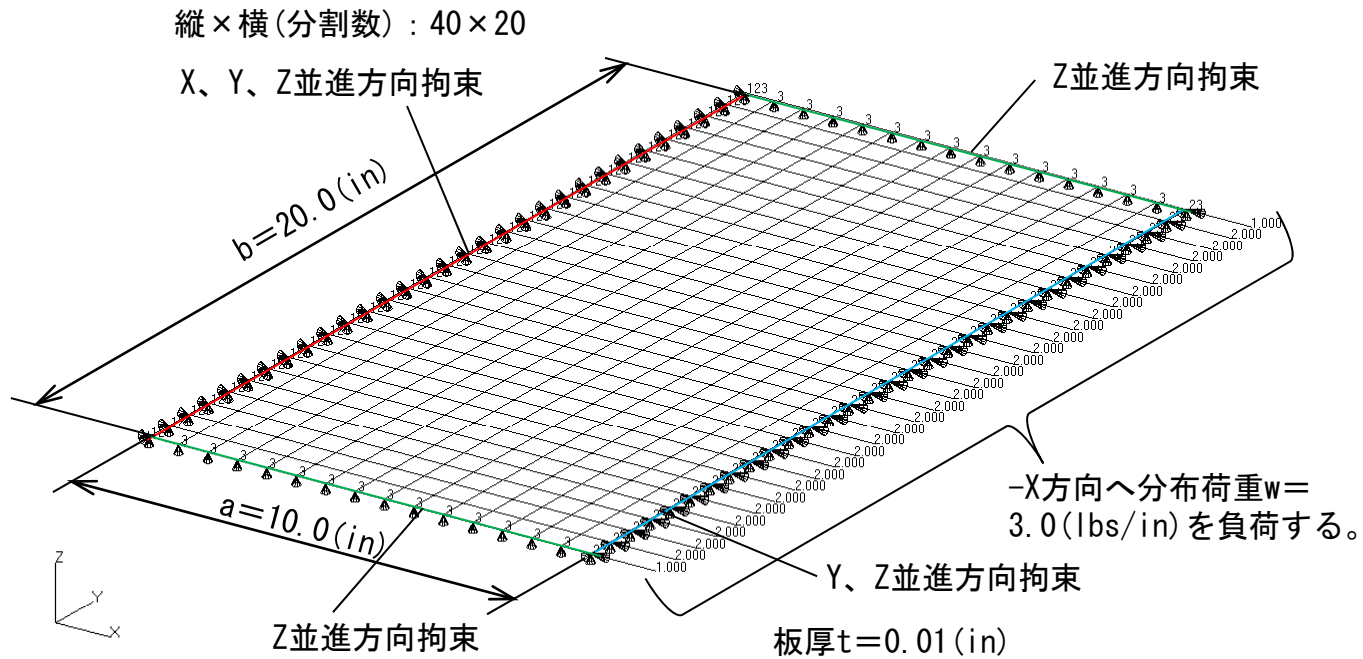


図4-4 解析モデル

4.5 case2.1

$a=20.0(\text{in})$ 、 $b=8.0(\text{in})$ 、 $a/b=2.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-5に示す。

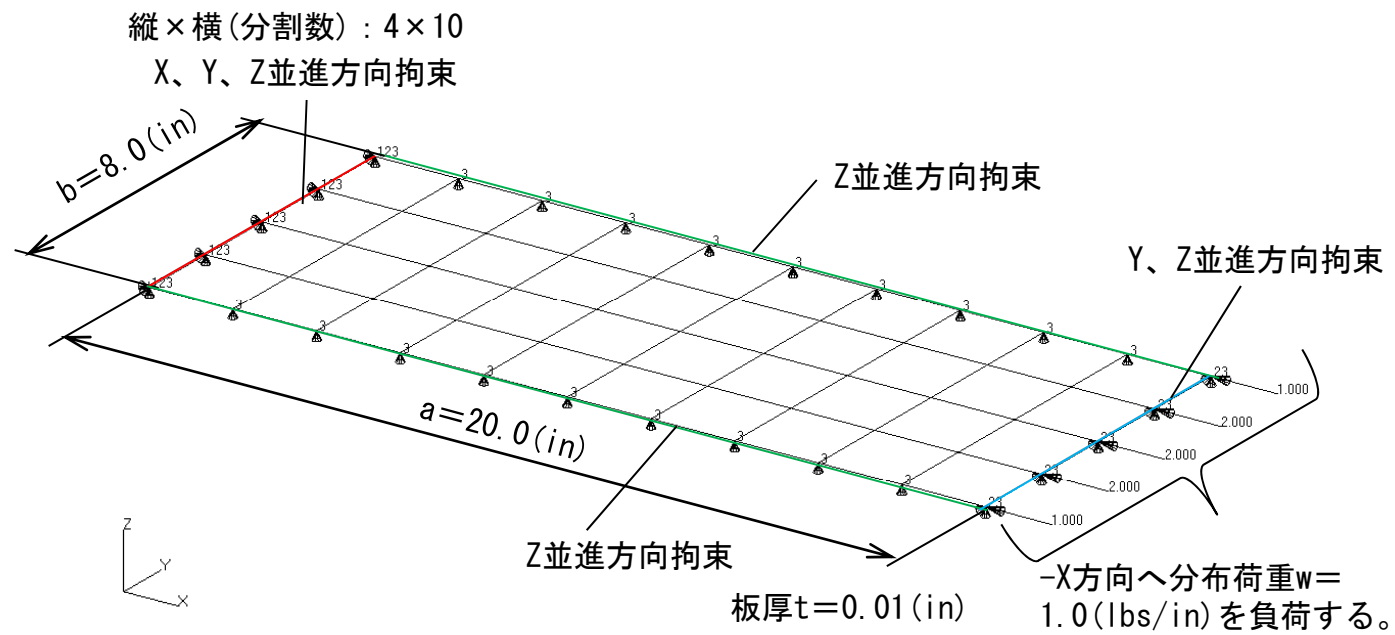


図4-5 解析モデル

4.6 case2.2

$a=20.0(\text{in})$ 、 $b=8.0(\text{in})$ 、 $a/b=2.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-6に示す。

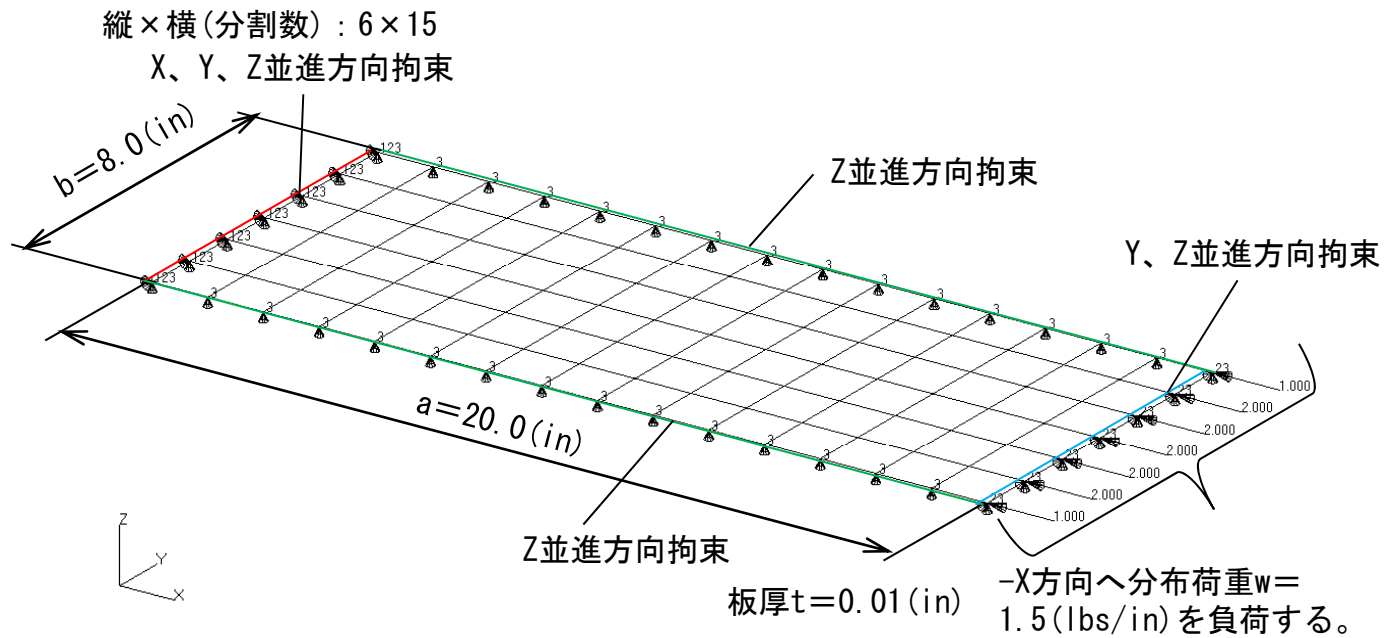


図4-6 解析モデル

4.7 case2.3

$a=20.0(\text{in})$ 、 $b=8.0(\text{in})$ 、 $a/b=2.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-7に示す。

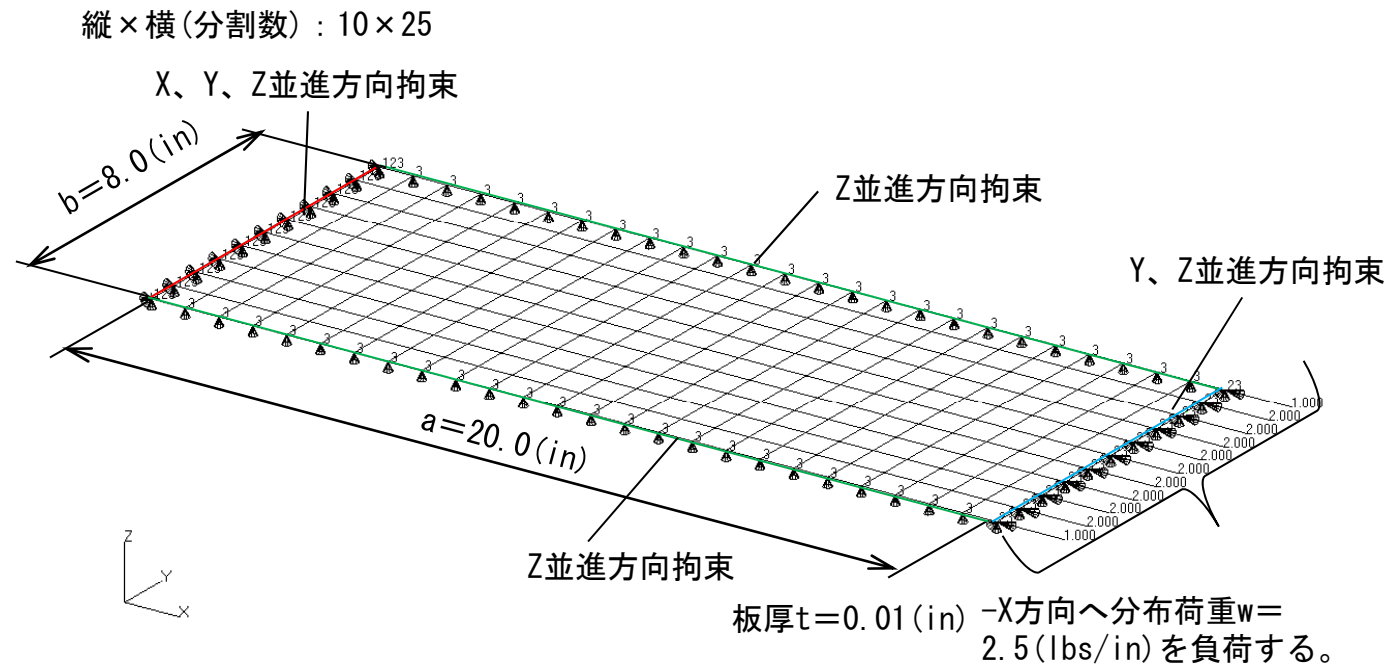


図4-7 解析モデル

4.8 case2.4

$a=20.0$ (in)、 $b=8.0$ (in)、 $a/b=2.5$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-8に示す。

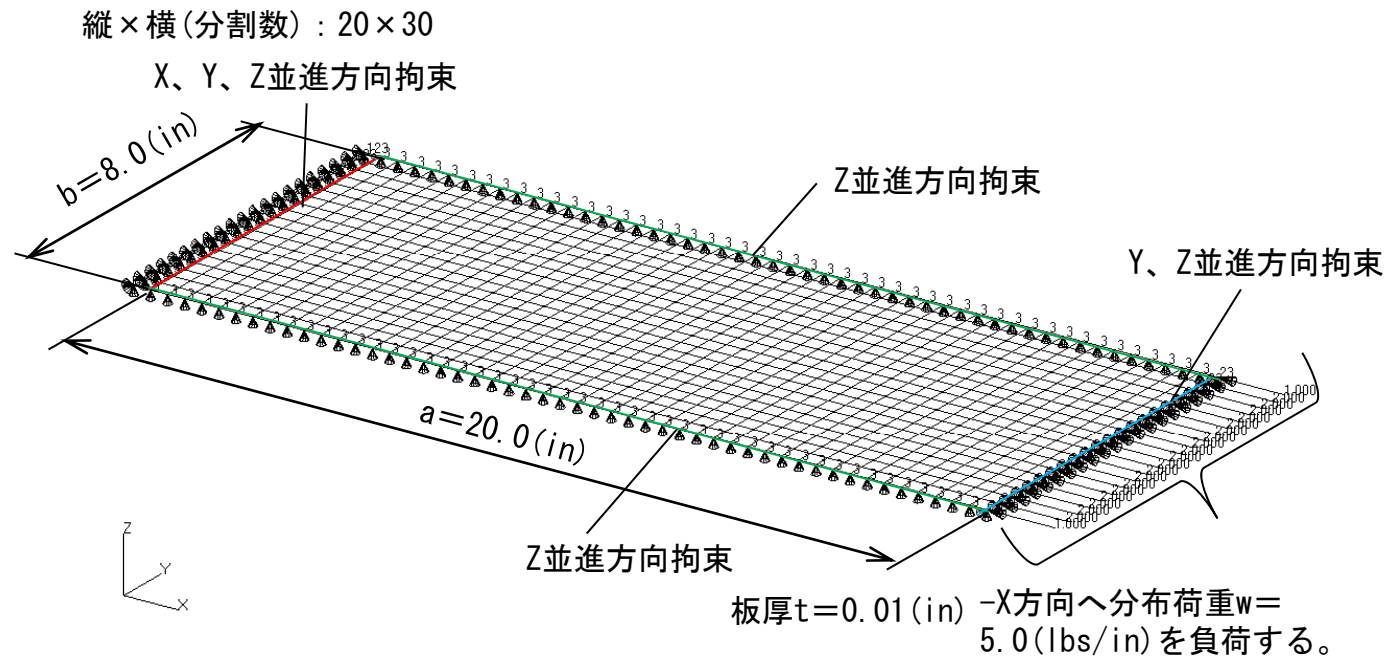


図4-8 解析モデル

4.9 case3.1

$a=40.0(\text{in})$ 、 $b=10.0(\text{in})$ 、 $a/b=4.0$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-9に示す。

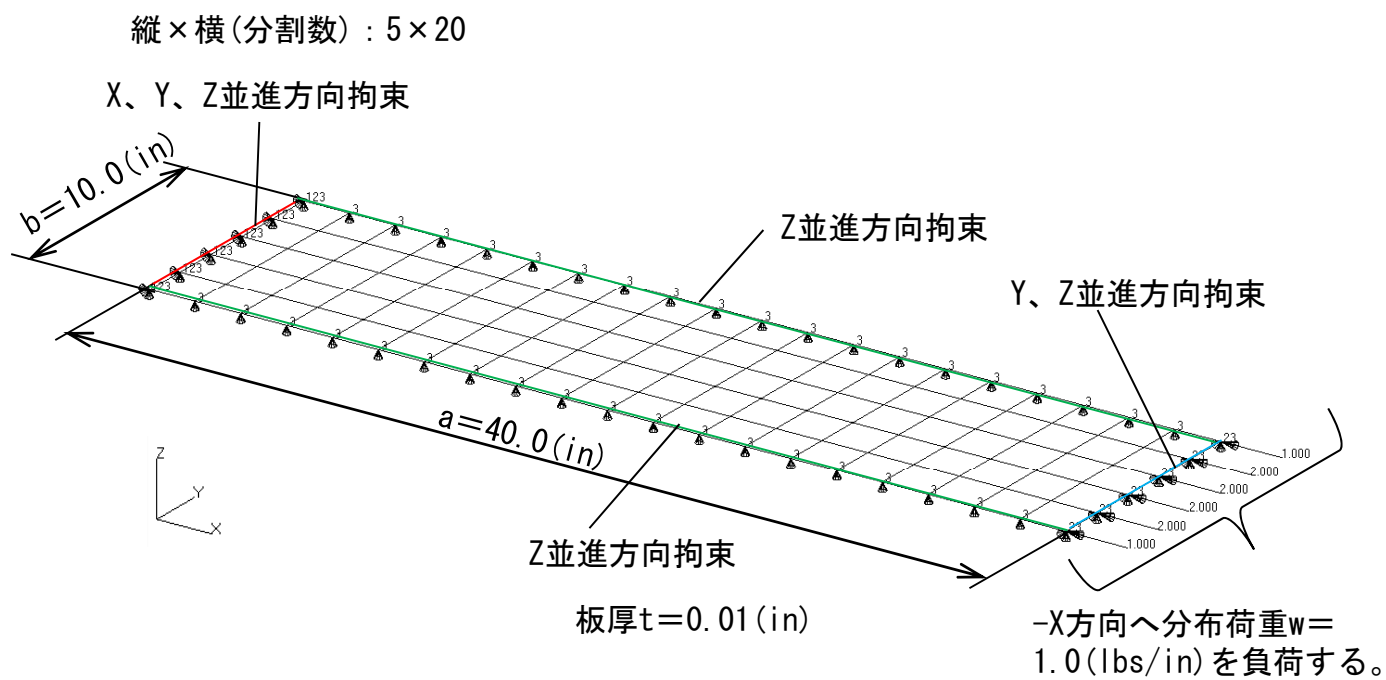


図4-9 解析モデル

4.10 case3.2

$a=40.0(\text{in})$ 、 $b=10.0(\text{in})$ 、 $a/b=4.0$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-10に示す。

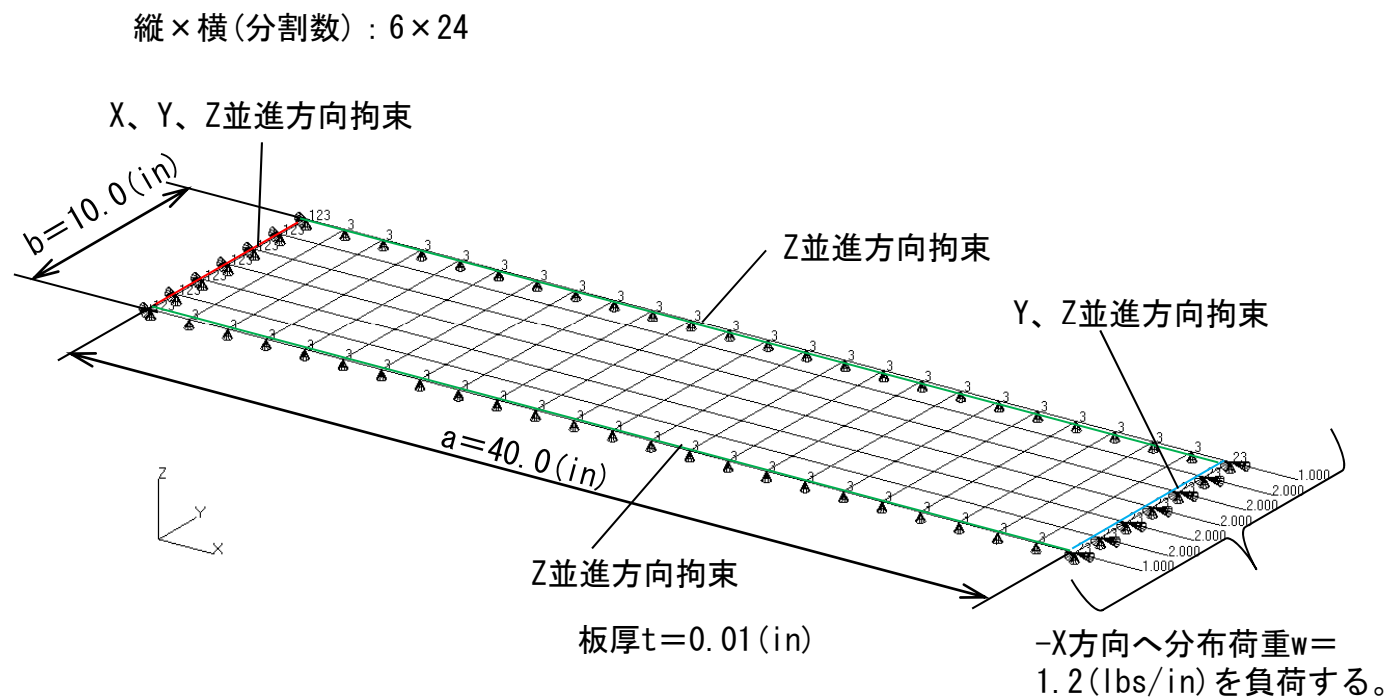


図4-10 解析モデル

4.11 case3.3

$a=40.0$ (in)、 $b=10.0$ (in)、 $a/b=4.0$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-11に示す。

縦×横(分割数) : 10×24

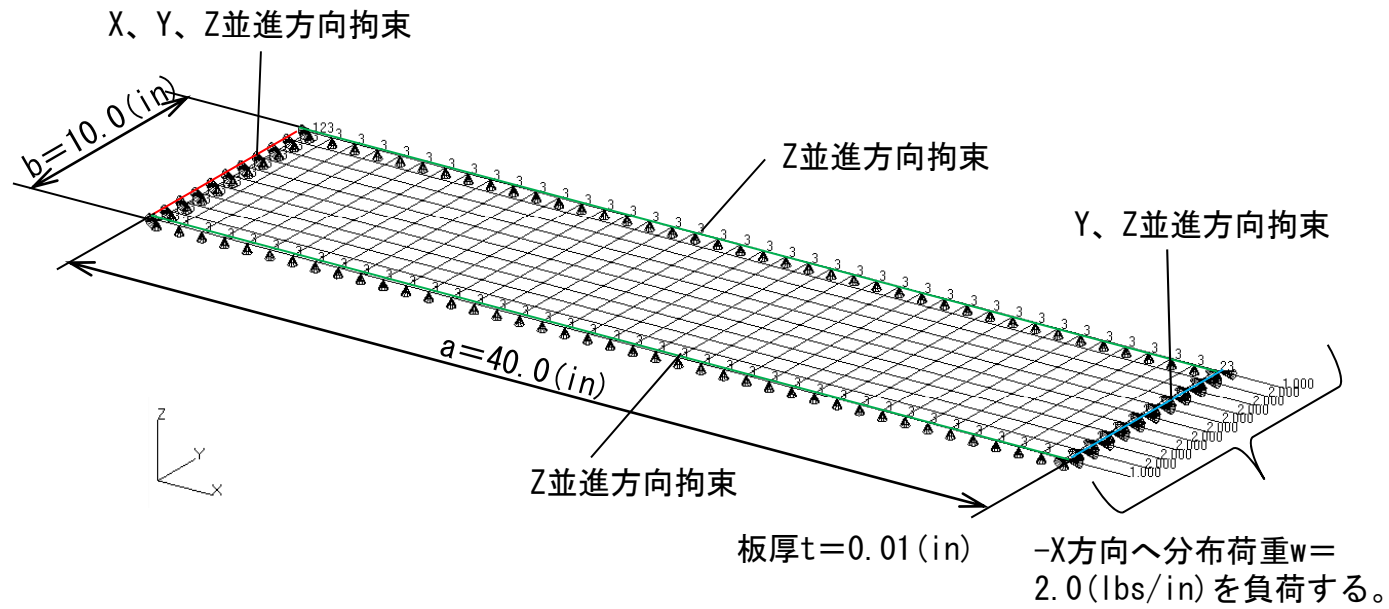


図4-11 解析モデル

4.12 case3.4

$a=40.0(\text{in})$ 、 $b=10.0(\text{in})$ 、 $a/b=4.0$

解析モデルの荷重条件、拘束条件は図4-12に示す。

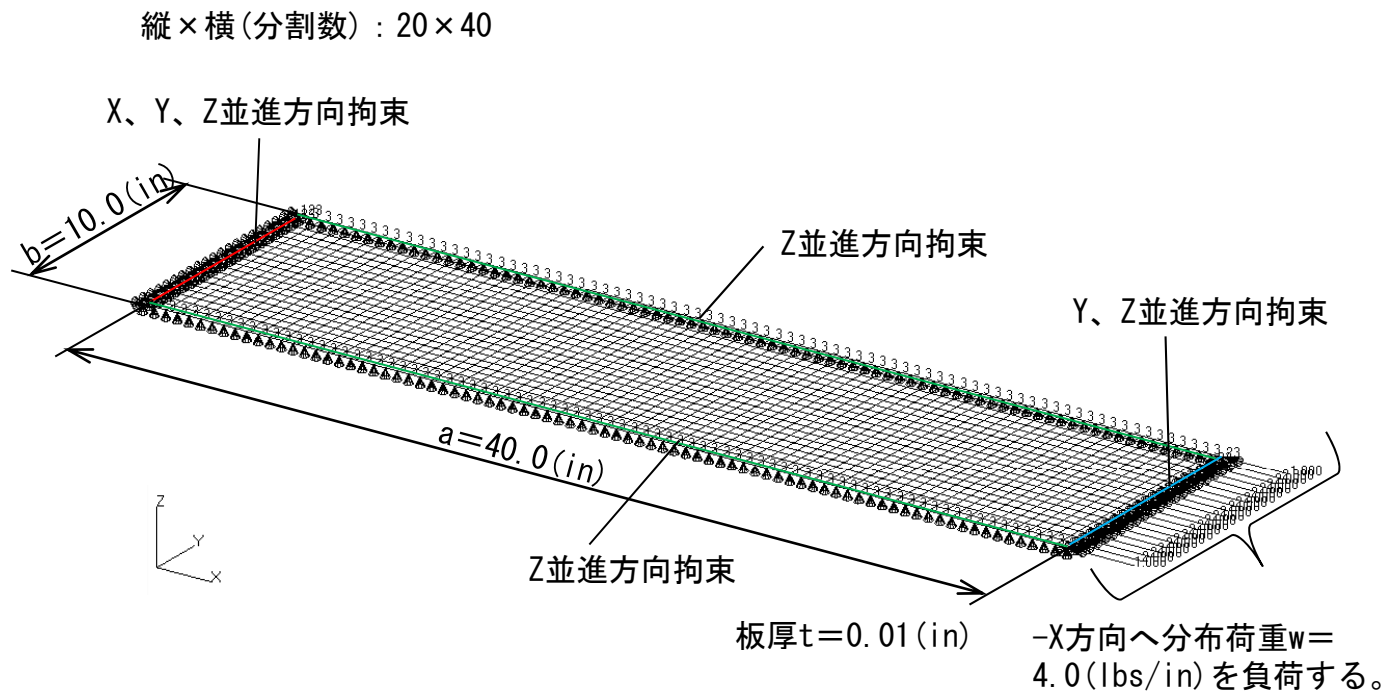


図4-12 解析モデル

5. 解析結果

5.1 case1.1

座屈応力は40.74 (psi)、理論値との誤差は-0.53 (%)である。

変形モードを図5-1に示す。

【条件】

$$\lambda = 0.68$$

$$w = 0.6 \text{ (lbs/in)}$$

$$t = 0.01 \text{ (in)}$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.68 \times 0.6}{0.01} \\ &= 40.74 \text{ (psi)}\end{aligned}$$

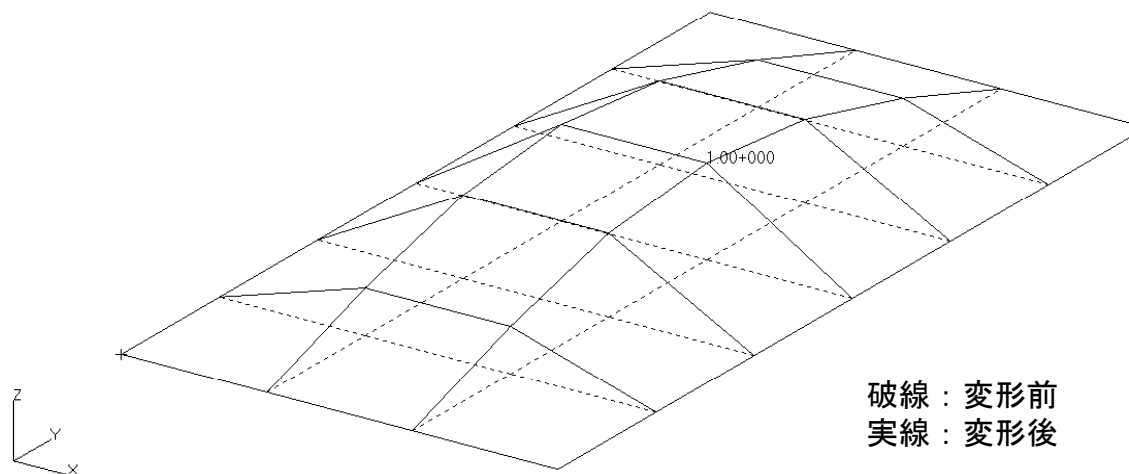


図5-1 変形モード

5.2 case1.2

座屈応力は39.28 (psi)、理論値との誤差は-4.08 (%)である。

変形モードを図5-2に示す。

【条件】

$$\lambda=0.39$$

$$w=1.0(\text{lbs/in})$$

$$t=0.01(\text{in})$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.39 \times 1.0}{0.01} \\ &= 39.28(\text{psi})\end{aligned}$$

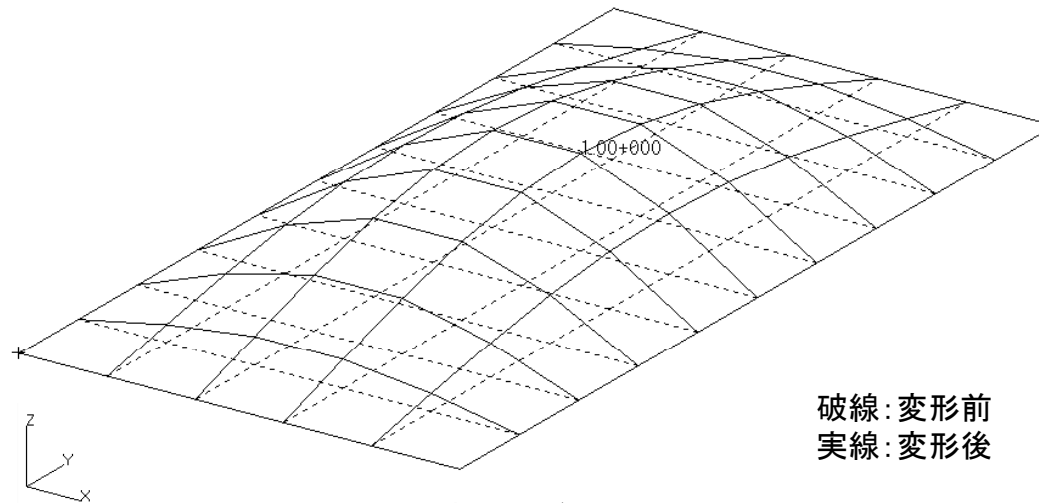


図5-2 変形モード

5.3 case1.3

座屈応力は38.80 (psi)、理論値との誤差は-5.26 (%)である。

変形モードを 図5-3に示す。

【条件】

$$\lambda=0.19$$

$$w=2.0(\text{lbs/in})$$

$$t=0.01(\text{in})$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.19 \times 2.0}{0.01} \\ &= 38.80(\text{psi})\end{aligned}$$

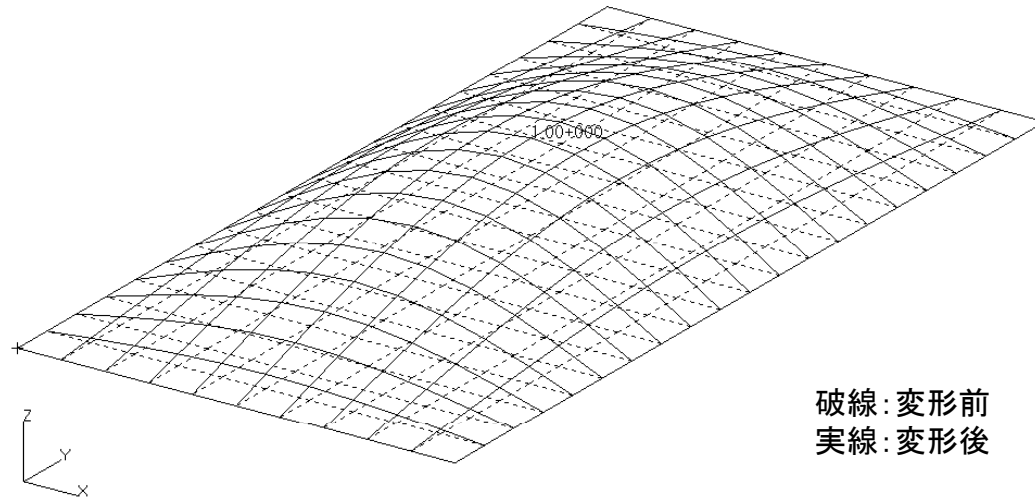


図5-3 変形モード

5.4 case1.4

座屈応力は38.75 (psi)、理論値との誤差は-5.38 (%)である。

変形モードを図5-4に示す。

【条件】

$$\lambda=0.13$$

$$w=3.0(\text{lbs/in})$$

$$t=0.01(\text{in})$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.13 \times 3.0}{0.01} \\ &= 38.75(\text{psi})\end{aligned}$$

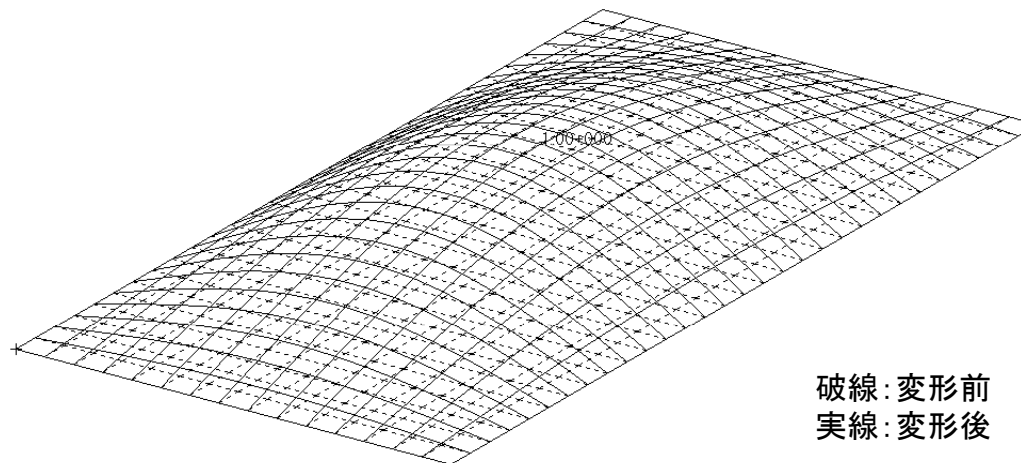


図5-4 変形モード

5.5 case2.1

座屈応力は171.76(psi)、理論値との誤差は+1.44(%)である。

変形モードを図5-5に示す。

【条件】

$$\lambda = 1.72$$

$$w = 1.0 (\text{lbs/in})$$

$$t = 0.01 (\text{in})$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{1.72 \times 1.0}{0.01} \\ &= 171.76 (\text{psi})\end{aligned}$$

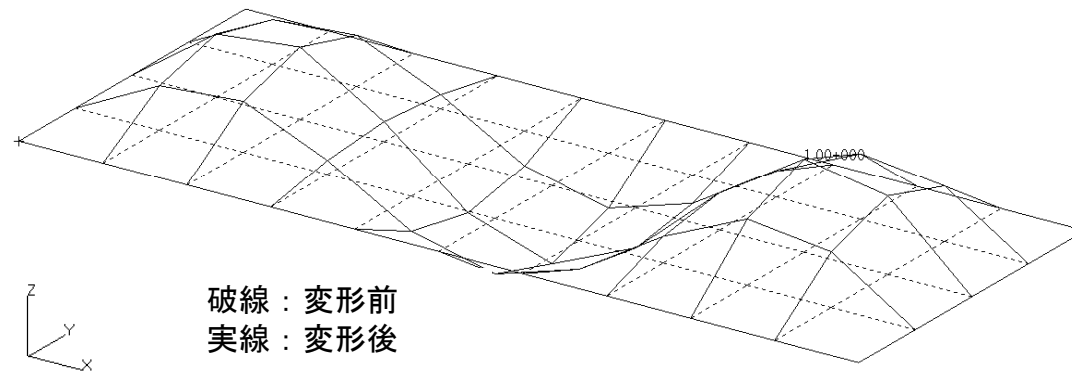


図5-5 変形モード

5.6 case2.2

座屈応力は167.58 (psi)、理論値との誤差は-1.03 (%)である。

変形モードを図5-6に示す。

【条件】

$$\lambda = 1.12$$

$$w = 1.5 \text{ (lbs/in)}$$

$$t = 0.01 \text{ (in)}$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{1.12 \times 1.5}{0.01}\end{aligned}$$

$$= 167.58 \text{ (psi)}$$

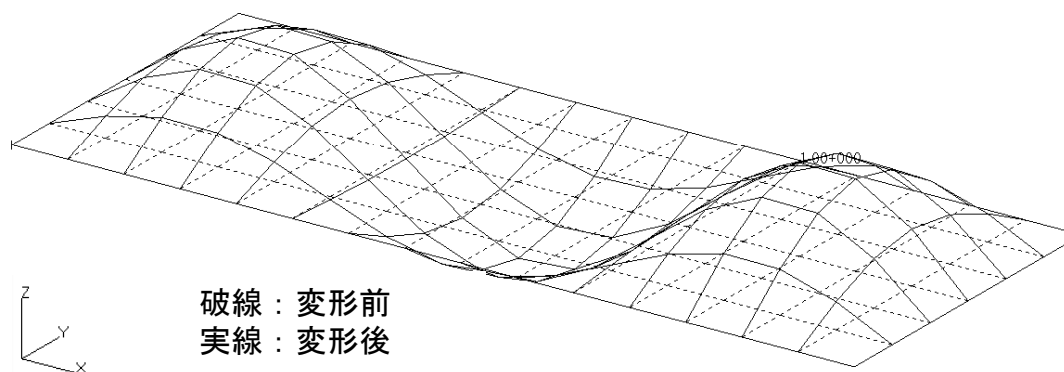


図5-6 変形モード

5.7 case2.3

座屈応力は165.98 (psi)、理論値との誤差は-1.97 (%)である。

変形モードを図5-7に示す。

【条件】

$$\lambda = 0.66$$

$$w = 2.5 \text{ (lbs/in)}$$

$$t = 0.01 \text{ (in)}$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.66 \times 2.5}{0.01} \\ &= 165.98 \text{ (psi)}\end{aligned}$$

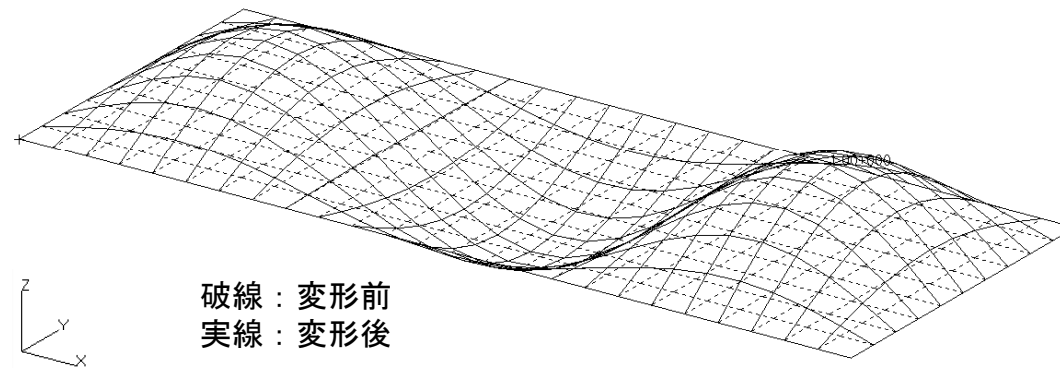


図5-7 変形モード

5.8 case2.4

座屈応力は165.83 (psi)、理論値との誤差は-2.06 (%)である。

変形モードを図5-8に示す。

【条件】

$$\lambda = 0.33$$

$$w = 5.0 (\text{lbs/in})$$

$$t = 0.01 (\text{in})$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.33 \times 5.0}{0.01} \\ &= 165.83 (\text{psi})\end{aligned}$$

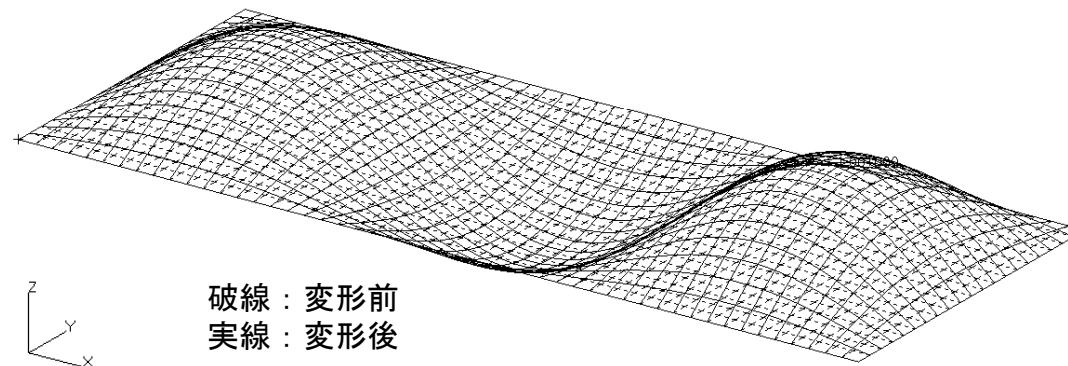


図5-8 変形モード

5.9 case3.1

座屈応力は105.19 (psi)、理論値との誤差は+0.33 (%)である。

変形モードを図5-9に示す。

【条件】

$$\lambda = 1.05$$

$$w = 1.0 (\text{lbs/in})$$

$$t = 0.01 (\text{in})$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{1.05 \times 1.0}{0.01} \\ &= 105.19 (\text{psi})\end{aligned}$$

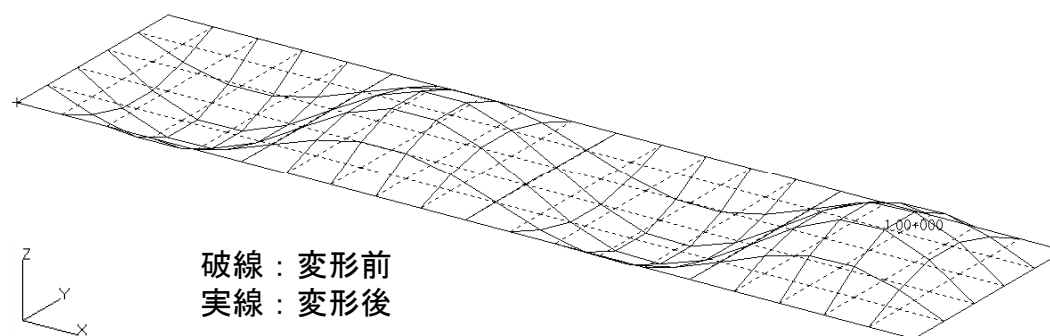


図5-9 変形モード

5.10 case3.2

座屈応力は104.36 (psi)、理論値との誤差は-0.46 (%)である。

変形モードを図5-10に示す。

【条件】

$$\lambda = 0.87$$

$$w = 1.2 \text{ (lbs/in)}$$

$$t = 0.01 \text{ (in)}$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.87 \times 1.2}{0.01} \\ &= 104.36 \text{ (psi)}\end{aligned}$$

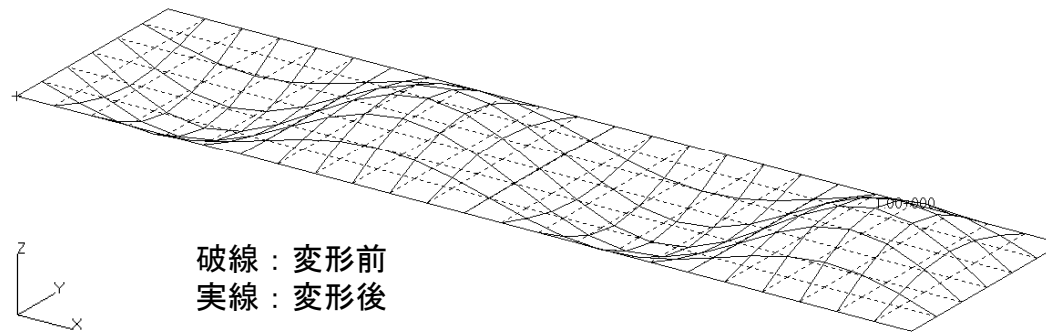


図5-10 変形モード

5.11 case3.3

座屈応力は103.45 (psi)、理論値との誤差は-1.33 (%)である。

変形モードを図5-11に示す。

【条件】

$$\lambda = 0.52$$

$$w = 2.0 \text{ (lbs/in)}$$

$$t = 0.01 \text{ (in)}$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.52 \times 2.0}{0.01} \\ &= 103.45 \text{ (psi)}\end{aligned}$$

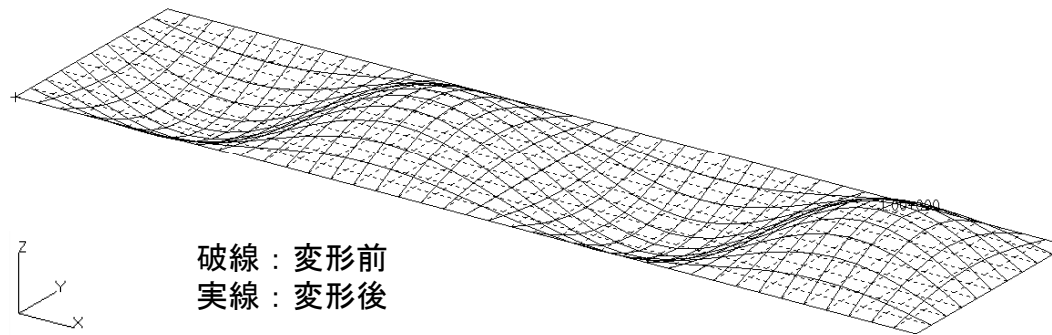


図5-11 変形モード

5.12 case3.4

座屈応力は103.37 (psi)、理論値との誤差は-1.41 (%)である。

変形モードを図5-12に示す。

【条件】

$$\lambda = 0.26$$

$$w = 4.0 \text{ (lbs/in)}$$

$$t = 0.01 \text{ (in)}$$

※固有値 λ は解析結果より算出した。

【座屈応力 σ の計算式】

$$\begin{aligned}\sigma &= \frac{\lambda w}{t} \\ &= \frac{0.26 \times 4.0}{0.01} \\ &= 103.37 \text{ (psi)}\end{aligned}$$

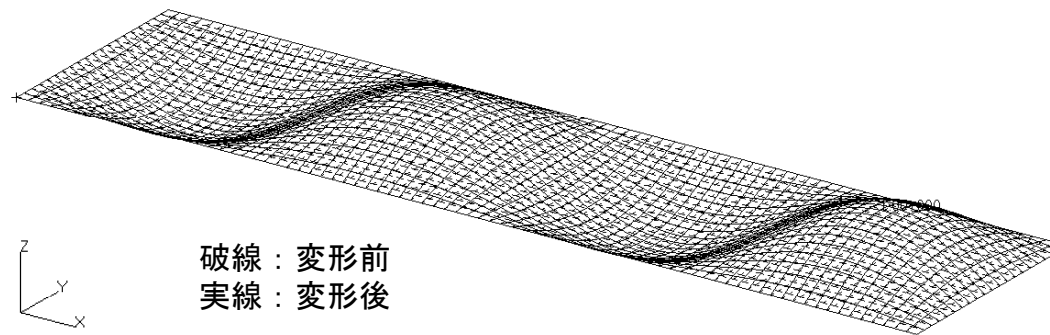


図5-12 変形モード

6. 検証

6.1 理論値の計算式

「軽構造の理論とその応用（上）」P195 式5.59～61より

【座屈応力 σ_{cr} の計算式】

$$\sigma_{cr} = \sigma_{ck}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_c = \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \\ k = \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb}\right)^2 \end{array} \right.$$

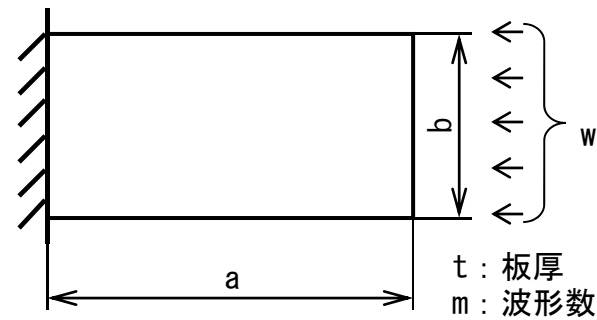


図6-1 長方形の薄板の圧縮座屈

6.2 理論値算出

(1) $a/b=0.5$ の座屈応力

【条件】

$$a = 10.0 \text{ (in)}$$

$$b = 20.0 \text{ (in)}$$

$$t = 0.01 \text{ (in)}$$

$$E = 2.9 \times 10^7 \text{ (psi)}$$

$$\nu = 0.3$$

$$m = 1$$

$$\pi = 3.14$$

$$\begin{aligned} \sigma_{cr} &= \sigma_{ck} \\ &= \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b}\right)^2 \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb}\right)^2 \\ &= \frac{3.142 \times 2.9 \times 10^7 (0.01)^2}{12(1-0.3^2)} \left(\frac{1 \times 20.0}{10.0} + \frac{10.0}{1 \times 20.0}\right)^2 \\ &= 40.95 \text{ (psi)} \end{aligned}$$

(2) a/b=2.5の座屈応力

【条件】

$$a=20.0(\text{in})$$

$$b=8.0(\text{in})$$

$$t=0.01(\text{in})$$

$$E=2.9 \times 10^7(\text{psi})$$

$$\nu=0.3$$

$$m=3$$

$$\pi=3.14$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_{ck}$$

$$= \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2$$

$$= \frac{3.142 \times 2.9 \times 10^7 (0.01)^2}{12(1-0.3^2)} \left(\frac{8.0}{20.0} + \frac{20.0}{8.0} \right)^2$$

$$= 169.32(\text{psi})$$

(3) a/b=4.0の座屈応力

【条件】

$$a=40.0(\text{in})$$

$$b=10.0(\text{in})$$

$$t=0.01(\text{in})$$

$$E=2.9 \times 10^7(\text{psi})$$

$$\nu=0.3$$

$$m=4$$

$$\pi=3.14$$

$$\sigma_{cr} = \sigma_{ck}$$

$$= \frac{\pi^2 E}{12(1-\nu^2)} \left(\frac{t}{b} \right)^2 \left(\frac{mb}{a} + \frac{a}{mb} \right)^2$$

$$= \frac{3.142 \times 2.9 \times 10^7 (0.01)^2}{12(1-0.3^2)} \left(\frac{10.0}{40.0} + \frac{40.0}{10.0} \right)^2$$

$$= 104.84(\text{psi})$$

6.3理論値と解析結果の比較

座屈解析の結果を表6-1に示す。

表6-1 座屈応力の理論値とFEM値の比較

		理論値 (psi)	FEM値 (psi)	誤差 (%)	縦×横 (分割数)
case1 (a/b=0.5)	1	40.95	40.74	-0.53	6×3
	2	40.95	39.28	-4.08	10×5
	3	40.95	38.80	-5.26	20×10
	4	40.95	38.75	-5.38	40×20
case2 (a/b=2.5)	1	169.32	171.76	+1.44	4×10
	2	169.32	167.58	-1.03	6×16
	3	169.32	165.98	-1.97	10×25
	4	169.32	165.83	-2.06	20×50
case3 (a/b=4.0)	1	104.84	105.19	+0.33	5×20
	2	104.84	104.36	-0.46	6×24
	3	104.84	103.45	-1.33	10×40
	4	104.84	103.37	-1.41	20×80